LOGIQUE

Définition :

Si l'on considère une phrase mathématique P dont on isole une lettre par exemple la lettre "x", la phrase mathématique s'écrire P(x).

Si la phrase mathématique P(x) prend les valeurs de vérité V (pour vrai) ou F (pour faux) ou encore (en écriture booléenne) 1 (pour vrai) ou 0 (pour faux) : on dit que P(x) est une assertion.

Remarque : Si x decrit un ensemble E de valeur, l'assertion P(x) prend, en fonction de c, des valeurs de vérité

Exemple : 2x = 3 ou x∈IN : P(x) est aussi quel que soit x, x∈IN  
 P(x) E

2x=3 soit x∈IR : P(x) est vrai pour et fausse ailleurs

Dans l'exemple précèdent, le fait que réalise P(x) VRAI se note par un quantificateur existentiel:

Il existe tel que

Q(x) est vrais dès lors que l'on peut trouver x∈IR tel que 2x=3 vrai

Soit l'assertion :  
 Tous les bateaux vont sur l'eau  
 Non il existe des bateaux qui ne vont pas sur l'eau

Définition :

NON est un opérateur qui porte sur association P telle que l'assertion NON P est fausse lorsque P est vrai.  
notation

D'après ce qui précède est la même assertion que

"Quel que soit" ou "pour tous" s'appelle un quantificateur universel

Tableau de vérité de NON

|  |  |
| --- | --- |
| P |  |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

On définit des opérateurs linaires (qui porte sur 2assertions)

ET :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q | P.Q |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

OU :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q | P+Q |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

XOR

O

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q | P + Q |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R | P.Q | (P.Q)+R |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

O

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Rappel : notation Booléenne :

OPERATION BINAIRE . ET . : multiplication Booléenne  
(porte sur 2 propositions ou assertion) (parfois sans signe)

+ OU + : Addition Booléenne

OPERATION UNAIRE NON : NON Booléenne  
(porte sur 1 propositions ou assertion) (parfois sans signe)

Intro algèbre Booléennes :

On s'aperçoit que les règles opératoires qui s'appliquent aux proportions avec les opérateurs (., +, ) sont identiques à celles qui s'appliquent aux parties d'un ensemble Ω avec les opérateurs respectifs :

Avec ces opérateurs on obtient tous les autres : NOR, NAND, XOR, XNOR

Def : Une algebre de boole est un ensemble E muni des opérateurs(., +, ) . Vérifiant les règle de la feuille suivante. On utilise aussi souvent l’ordre de priorité classique des opérateur.